14. СРПСКА ФИЗИЧКА ОЛИМПИЈАДА УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКА 2020/2021. ГОДИНЕ.
Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије
Крагујевац
27-28. мај 2021.

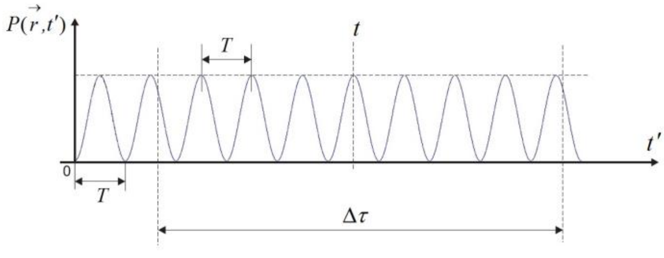
ЗАДАЦИ

Задатак 3. Фраунхоферова дифракција на једном прорезу (8 поена)

Интензитет светлости I и Поинтипгов (Poynting) вектор $\vec{P}$.

Интензитет светлости I се дефинише као средња вредност енергије електромагнетног поља која се у виду светлосног таласа у јединици времена пренесе кроз јединицу површине нормалне на правац простирања. По својој дефиницији интензитет светлости представља интензитет средње вредности Поинтинговог вектора $\vec{P}=\vec{E}\times\vec{H}$ тј. $I=\left|<\vec{P}>\right|$. Димензионо $[I]=[P]=\left[\mathrm{W/m^2}\right]$. Усредњавање се у општем случају врши по простору (ΔV) и времену $(\Delta\tau)$, где су ΔV и $\Delta\tau$ редом запремински и временски интервали око уочене тачке простора одређене вектором $\vec{r}$ и уоченог временског тренутка t, при чему су дате величине директно повезане са условима под којим се врши детекција, тј. процес мерења. Обично се у временском интервалу у коме вршимо мерење Поинтингов вектор мало мења у оквиру интервала запремине $\vec{P}\left(\vec{r}',t'\right)\approx\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)$ па се усредњавање своди на усредњавање по времену $<\vec{P}>_{\Delta V,\Delta\tau}=\frac{1}{\Delta V\Delta\tau}\int\limits_{\Delta V,\Delta\tau}\vec{P}\left(\vec{r}',t'\right)dV'dt'\approx\frac{1}{\Delta\tau}\int\limits_{\Delta\tau}\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)dt'$. Ако се Поинтингов вектор периодично мења са временом, са периодом T, и притом временски интервал мерења $\Delta\tau$ траје велики број периода T ($\Delta\tau\approx NT, N>>1$) тада се усредњавање по времену своди на усредњавање по периоду: $\frac{1}{\Delta\tau}\int\limits_{\Delta\tau}\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)dt'\approx\frac{1}{NT}\int\limits_{t-\frac{\Delta\tau}{2}}^{t+\frac{\Delta\tau}{2}}\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)dt'\approx\frac{1}{NT}\cdot N\int\limits_{0}^{T}\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)dt'$ тако да је $<\vec{P}>=\frac{1}{T}\int\limits_{0}^{T}\vec{P}\left(\vec{r},t'\right)dt'$.

Такође претпоставља се да је у току мерења вектор $\vec{P}$ константног правца и смера, при чему је $P(\vec{r},t')$ позитивна осцилаторна функција (слика 3.1, на слици је ради прегледности представљен мањи број периода T).



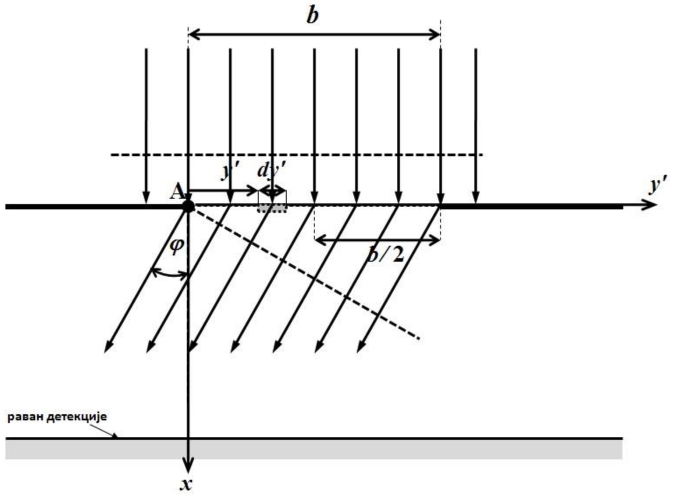
слика 3.1

3.1 (2,25 поена) Ако посматрамо равански, линеарно поларизовани, монохроматски талас који је описан једначинама $\vec{E}=E_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_y$ и $\vec{H}=H_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_z$, при чему важи $\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$, и ако је $\varepsilon=const,\mu=const$ и средина хомогена, одредити интензитет светлости I преко величина ε,μ и E_0.

Фраунхоферова дифракција на једном прорезу

Фраунхоферова дифракција настаје када на прорез пада равански светлосни талас (то је остварено ако је растојање прореза од извора светлости довољно велико, теоријски бесконачно) и до равни детекције стижу приближно паралелни равански светлосни таласи (то је остварено ако је растојање од прореза до равни детекције довољно велико, теоријски бесконачно). У супротном долази до појаве Френелове дифракције.

На основу Хајгенс-Френеловог принципа свака тачка прореза представља извор секундарних сферних таласа а њиховом суперпозицијом добијамо дифракциону слику.
Таласне површи примарног таласа, раван прореза и раван детекције су међусобно паралелни. Узевши у обзир да је примарни талас равански (талас који пада нормално на прорез) почетне фазе свих секундарних таласа (који се налазе у равни прореза) су једнаке, фреквенције секундарних таласа су такође међусобно једнаке, односно једнаке су фреквенцији примарног таласа. Истовремено су и јачине електричног поља секундарних таласа једнаке.
Таласни фронтови таласа који стижу до равни детекције су равански, па су правци простирања таласаних фронтова паралелни. То су правци простирања енергије светлосног таласа (Поинтингов вектор).
Нека линеарно поларизовани, монохроматски равански талас амплитуде електричног поља E_0 и таласне дужине λ пада на правоугаони прорез чија је дужина l много већа од њене ширине b, $l >> b$.
Поделимо таласну површ која се поклапа са прорезом на елементарне траке површине $dS = ldy'$ које можемо сматрати једнаким секундарним изворима. Јачина електричног поља секундарних таласа (у случају Фраунхоферове дифракције) дата је у облику $dE(y',t) = \frac{E_0}{bl}\cos(\omega t - \phi(y'))\cdot ldy'$ односно формулом $dE(y',t) = \frac{E_0}{b}\cos(\omega t - \phi(y'))\cdot dy'$. Ако се посматра дифракциона слика у зависности од угла φ, потребно је од прореза формирати равански таласни фронт према екрану, који је нормалан на правац дефинисан углом φ (испрекидана линија на сл. 3.2). При даљем простирању таласа, од наведеног таласног фронта, не уноси се фазна разлика. Сваки секундарни талас који полази од тачке А под углом φ фазно је померен за $\phi(y')$ (слика 3.2, при чему су ширина прореза и растојање од прореза до равни детекције ради прегледности непропорционално скицирани).



Слика 3.2

3.2 (2,25 поена) Извести израз за угаону расподелу интензитета светлости $I(\varphi)$ у зависности од угла φ под којим се дифракциона слика посматра. Коначан израз изразити преко величина λ, φ и $I(\varphi = 0)$.

3.3 (1,25 поен) Одредити услове за добијање дифракционих минимума и максимума, и одредити углове под којима се виде прва три секундарна максимума.

3.4.(0,5 поена) Одредити број минимума $m_{\max}$ који се може добити, и испитати случај када је $b<\lambda$.

3.5 (0,5 поена) Одредити угаону ширину централног максимума $\Delta\varphi_0$.

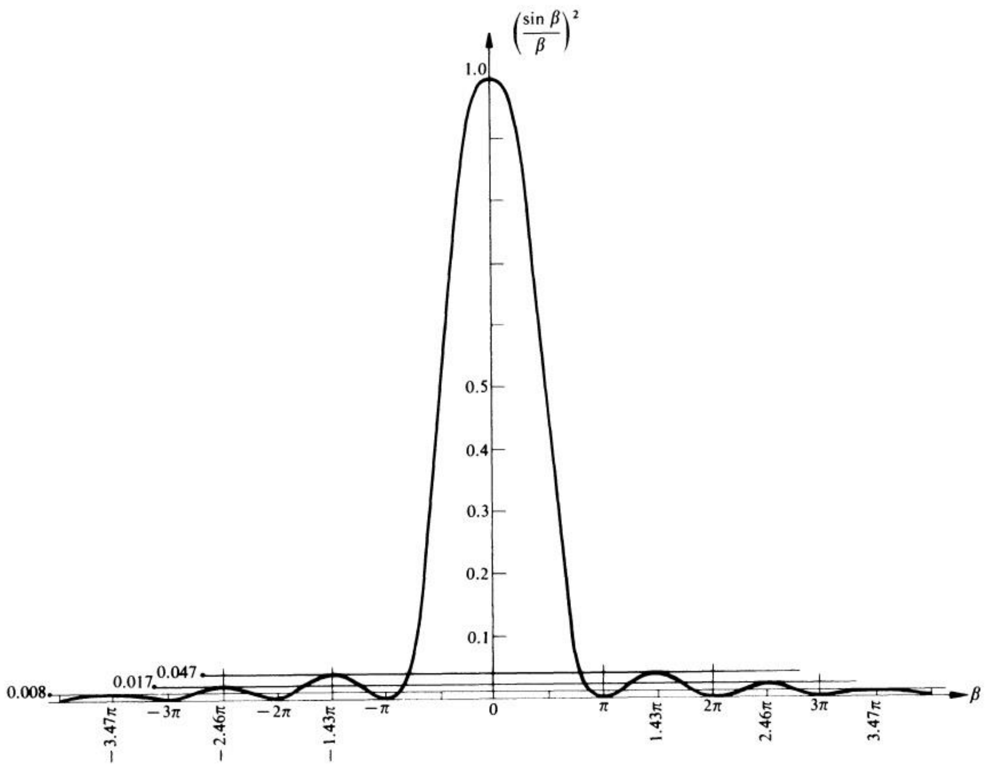
3.6 (0,5 поена) Ако нормално на прорез ширине $b=8\lambda$ пада монохроматски равански талас одредити угаону ширину централног максимума и вредност угла под којим се види други секундарни дифракциони максимум. Резултат за вредност угла изразити у облику $\theta = a^\circ b' c''$.

3.7 (0,75 поена) Ако нормално на прорез ширине $b_1 = 2\mu\text{m}$ пада монохроматски равански талас таласне дужине $\lambda_1 = 589\ \text{nm}$ одредити вредности углова под којим се виде дифракциони минимуми. Резултате за вредности углова изразити у облику $\theta = a^\circ b' c''$.

При решавању задатка користити следеће формуле и график приказан на слици 3.3.

1. $\sin^2(\alpha) = \dfrac{1-\cos(2\alpha)}{2}$ и $\cos^2(\alpha) = \dfrac{1+\cos(2\alpha)}{2}$ **2.** $\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\left(\dfrac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 x}{x^2} = 1$



слика 3.3

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене

Задатак припремили: Владимир Чубровић и доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац
Рецензенти: др Ненад Стевановић, ван. проф., Марко Милошевић, ПМФ Крагујевац
Председник Комисије за такмичење ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад и пуно успеха!!!

Задатак 3. Фраунхоферова дифракција на једном прорезу (8 поена)

Интензитет светлости I и Поинтипгов (Poynting) вектор $\vec{P}$.

3.1 (2,25 поена) Интензитет светлости I и Поинтингов (Poynting) вектор $\vec{P}$.

ПРВИ НАЧИН . Ако посматрамо равански, линеарно поларизовани, монохроматски талас који је описан једначинама $\vec{E}=E_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_y$ и $\vec{H}=H_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_z$, при чему је $\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$ ($\varepsilon=const,\mu=const$ и средина хомогена) следи да је

$\vec{P}=E_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_y\times H_0\cos(\omega t-kx)\vec{e}_z$. Како је $\vec{e}_y\times\vec{e}_z=\vec{e}_x$, и ако изразимо величину H_0 у облику $H_0=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0$, претходни израз добија облик $\vec{P}=\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\cdot\cos^2(\omega t-kx)\vec{e}_x$.

$I=\left|<\vec{P}>\right|=\left|\frac{1}{T}\int_0^T\vec{P}dt\right|=\left|\frac{1}{T}\int_0^T\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\cdot\cos^2(\omega t-kx)\vec{e}_x\cdot dt\right|=\left|\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\cdot\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\cdot dt\right|$ **[1п].** Ако искористимо тригонометријски идентитет $\cos^2(\alpha)=\frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$ можемо да напишемо следећу једнакост $\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\cdot dt=\frac{1}{2T}\left[\int_0^T dt+\int_0^T\cos(2\omega t-2kx)\cdot dt\right]$.

Даље је $\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\cdot dt=\frac{1}{2T}\left[T+\frac{1}{2\omega}\int_0^T\cos(2\omega t-2kx)\cdot d\left(2\omega t-2kx\right)\right]$ те након решавања интеграла и ако узмемо у обзир да је $T=\frac{\pi}{\omega}$ ($T=\frac{2\pi}{\omega}$ ће дати исти резултат) следи $\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\cdot dt=\frac{1}{2}+\frac{1}{4\omega T}\sin(2\omega t-2kx)\Big|_0^T=\frac{1}{2}+\frac{1}{4\omega T}\left(\sin(2\pi-2kx)+\sin(2kx)\right)$ и ако искористимо тригонометријски идентитет $\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ добијамо

$\frac{1}{T}\int_0^T\cos^2(\omega t-kx)\cdot dt=\frac{1}{2}+\frac{1}{2\omega T}\sin(\pi)\cos(\pi-2kx)=\frac{1}{2}$ **[1п]**, јер је $\sin(\pi)=0$

Коначно је $I=\left|\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\cdot\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$ **[0,25п]**.

Претходни резултат можемо да покажемо и на следећи начин

$$I=\left|<\vec{P}>\right|=\left|\frac{\int_{t-\frac{\Delta\tau}{2}}^{t+\frac{\Delta\tau}{2}}\vec{P}(t')dt'}{\int_{t-\frac{\Delta\tau}{2}}^{t+\frac{\Delta\tau}{2}}dt'}\right|=\left|\frac{1}{\Delta\tau}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\int_{t-\frac{\Delta\tau}{2}}^{t+\frac{\Delta\tau}{2}}\cos^2(\omega t'-kx)\cdot dt'\right|=\left|\frac{1}{\Delta\tau}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\frac{1}{\omega}\int_{t-\frac{\Delta\tau}{2}}^{t+\frac{\Delta\tau}{2}}\cos^2(\omega t'-kx)\cdot dt'\right|=$$

$$=\left|\frac{1}{\Delta\tau}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\frac{1}{\omega}\int_{\omega t-\frac{\omega\Delta\tau}{2}-kx}^{\omega t+\frac{\omega\Delta\tau}{2}-kx}\cos^2(u)\cdot d(u)\right|=\left|\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\cdot\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\frac{\sin(\omega\Delta\tau)}{\omega\Delta\tau}\cdot\cos(2\omega t-2kx)\right]\right|$$

У случају када је $\Delta\tau$ велико тада величина $\frac{\sin(\omega\Delta\tau)}{\omega\Delta\tau}$ тежи нули тако да је

$$I=\left|<\vec{P}>\right|=\left|\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\vec{e}_x\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$$

ДРУГИ НАЧИН .У комплексном домену уопштено важи: $\vec{P}=Re\left(\underline{\vec{E}}\right)\times Re\left(\underline{\vec{H}}\right)$,

$$\vec{P}=\frac{1}{2}\left(\underline{\vec{E}}+\underline{\vec{E}}^*\right)\times\frac{1}{2}\left(\underline{\vec{H}}+\underline{\vec{H}}^*\right)=\frac{1}{2}\left(\underline{\vec{E}_0}e^{i\omega t}+\underline{\vec{E}_0^*}e^{-i\omega t}\right)\times\frac{1}{2}\left(\underline{\vec{H}_0}e^{i\omega t}+\underline{\vec{H}_0^*}e^{-i\omega t}\right),$$

$$\vec{P}=\frac{1}{4}\left(\underline{\vec{E}_0}e^{i\omega t}\times\underline{\vec{H}_0}e^{i\omega t}+\underline{\vec{E}_0}e^{i\omega t}\times\underline{\vec{H}_0^*}e^{-i\omega t}+\underline{\vec{E}_0^*}e^{-i\omega t}\times\underline{\vec{H}_0}e^{i\omega t}+\underline{\vec{E}_0^*}e^{-i\omega t}\times\underline{\vec{H}_0^*}e^{-i\omega t}\right),$$

$$\vec{P}=\frac{1}{4}\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0}e^{2i\omega t}+\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}+\underline{\vec{E}_0^*}\times\underline{\vec{H}_0}+\underline{\vec{E}_0^*}\times\underline{\vec{H}_0^*}e^{-2i\omega t}\right),$$

$$\vec{P}=\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}\right)+\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0}e^{2i\omega t}\right)$$ **[1п]**

$$<\vec{P}>=\frac{1}{T}\int_0^T\vec{P}\,dt=\frac{1}{T}\int_0^T\left[\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}\right)+\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0}e^{2i\omega t}\right)\right]dt=\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}\right)+\frac{1}{T}\int_0^T\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0}e^{2i\omega t}\right)dt$$

[0,25п]

Како је $e^{2i\omega t}=cos(2\omega t)+i\sin(2\omega t)$, добијамо $\frac{1}{T}\int_0^T cos(2\omega t)dt=0$, па је коначно:

$$<\vec{P}>=\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}\right)$$ **[0,25п].**

Ако посматрамо равански линеарно поларизовани монохроматски талас , вектори $\underline{\vec{E}_0}$ и $\underline{\vec{H}_0}$ су ортогонални, и важи $\sqrt{\varepsilon}\,\underline{E_0}=\sqrt{\mu}\,\underline{H_0}$, тако да је интензитет светлости једнак:

$$I=\left|\frac{1}{2}Re\left(\underline{\vec{E}_0}\times\underline{\vec{H}_0^*}\right)\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}Re\left(\underline{E_0}\cdot\underline{E_0^*}\right)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\left|\underline{E_0}\right|^2$$ **[0,75п].**

Фраунхоферова дифракција на једном прорезу

3.2 (2,25 поена)

ПРВИ НАЧИН. Путна разлика је $\Delta = y' \cdot \sin\varphi$, тако да је $\phi(y') = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi$, па је

$$E(\varphi,t) = \int_0^b \frac{E_0}{b}\cdot\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi\right)\cdot dy' \ \textbf{[0,5п]}$$

Ако уведемо смену $Y = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi$ тада је $dy' = \frac{dY}{-\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}$, па претходни израз добија облик

$$E(\varphi,t) = \frac{E_0}{b}\cdot\frac{1}{-\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\int_{\omega t}^{\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot b}\cos(Y)\cdot dY$$, те након решавања интеграла добијамо

$$E(\varphi,t) = \frac{E_0}{b}\cdot\frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\left[\sin(\omega t) - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot b\right)\right] \ \textbf{[0,5п]}$$

Ако се искористи тригонометријски идентитет $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ добија се

$$E(\varphi,t) = E_0\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\cos\left(\omega t - \frac{kb}{2}\sin\varphi\right) \ \textbf{[0,5п]}$$

ДРУГИ НАЧИН. Путна разлика је $\Delta = y' \cdot \sin\varphi$, тако да је $\phi(y') = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi$, па је

$$E(\varphi,t) = \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{E_0}{b}\cdot\cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi\right)\cdot dy' \ \textbf{[0,5п]}$$

Ако уведемо смену $Y = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot y'\sin\varphi$ тада је $dy' = \frac{dY}{-\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}$, па претходни израз добија облик

$$E(\varphi,t) = \frac{E_0}{b}\cdot\frac{1}{-\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\int_{\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot\frac{b}{2}}^{\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot\frac{b}{2}}\cos(Y)\cdot dY$$, те након решавања интеграла добијамо

$$E(\varphi,t) = \frac{E_0}{b}\cdot\frac{1}{\frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\left[\left(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot\frac{b}{2}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\sin\varphi\cdot\frac{b}{2}\right)\right] \ \textbf{[0,5п]}$$

Ако се искористи тригонометријски идентитет $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ добија се

$$E(\varphi,t)=E_0\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi}\cdot\cos(\omega t)$$ **[0,5п]**

На основу решења дела задатка ***3.1,*** и ако искористимо да је $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{x^2}=1$, угаона расподела интензитета светлости $I(\varphi)$ у зависности од угла φ под којим се дифракциона слика посматра дата је у облику

$$I(\varphi)=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)^2}=I(\varphi=0)\frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi\right)^2}$$ **[0,75п].**

3.3 (1,25 поен) Ако уведемо величину $\xi=\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi$ тада је $I(\xi)=I(\varphi=0)\cdot\frac{\sin^2(\xi)}{\xi^2}$ и $\frac{d(I(\xi))}{d\xi}=I(\varphi=0)\cdot\frac{2\sin\xi}{\xi^2}\left(\cos\xi-\frac{\sin\xi}{\xi}\right)$ тако да су екстремуми функције $I(\xi)$ редом $\sin\xi=0$ **[0,25п]** и $\mathrm{tg}\xi=\xi$ **[0,25п].**

Помоћу графика функције $\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$ (слика 3.3) при чему је у овом случају $\beta\equiv\xi$ можемо да утврдимо да су минимуми одређени условом $\sin\xi=0$ тј. условом $\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi=m\pi$, за $m=\pm1,\pm2,\pm3...,m\neq0$ **[0,25п].**

Помоћу графика функције $\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$ (слика 3.3) при чему је у овом случају $\beta\equiv\xi$ можемо да утврдимо да су максимуми одређени условом $\mathrm{tg}\xi=\xi$. Дата једначина је трансцедентна и решава се графички из пресека кривих $f_1(\xi)=\xi$ и $f_2(\xi)=\mathrm{tg}\xi$, а са слике 3.3 можемо да утврдимо да су прва четири решења редом $\xi_0=0$, $\xi_1=\pm1{,}43\pi$, $\xi_2=\pm2{,}46\pi$ и $\xi_3=\pm3{,}47\pi$ **[0,25п].** Дакле постоји централни (главни) максимум и секундарни максимуми који се не налазе на половини између узастопних минимума, већ су померени ка централном максимуму за одређену вредност која се смањује ако се m повећава. Углови под којима се виде прва три секундарна максимума су редом $\varphi_{\max,1}=\arcsin\left(1{,}43\cdot\frac{\lambda}{b}\right)$, $\varphi_{\max,2}=\arcsin\left(2{,}46\cdot\frac{\lambda}{b}\right)$ и $\varphi_{\max,3}=\arcsin\left(3{,}47\cdot\frac{\lambda}{b}\right)$ **[0,25п].**

3.4.(0,5 поена) Из ограничености синусне функције следи $\sin\varphi=\frac{m_{\max}\lambda}{b}\leq1$ тако да је $m_{\max}\leq\frac{b}{\lambda}$.

У случају $b<\lambda$ је $m<1$ тако да се минимуми не појављују.

У том случају интензитет централног максимума монотоно опада од средине ка крајевима заклона.

3.5 (0,5 поена) Крајевима централног максимума одговарају вредности $\xi_1 = \pm\pi$ (тј. ограничен је првим минимумима јер је у тим тачкама интензитет централног максимума једнак нули) тако да је $\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi_{01} = -\pi$ и $\frac{\pi b}{\lambda}\sin\varphi_{02} = +\pi$ тако да је $\varphi_{02} = \arcsin\left(+\frac{\lambda}{b}\right)$ и $\varphi_{01} = \arcsin\left(-\frac{\lambda}{b}\right) = -\arcsin\left(\frac{\lambda}{b}\right)$ тако да је $\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01} = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{b}\right)$.

3.6 (0,5 поена) Угаона ширина централног максимума је $\Delta\varphi_0' = 2\arcsin\left(\frac{1}{8}\right) \approx 14^\circ 21' 42''$.

Угао под којим се види други секундарни максимум је једнак $\varphi_{\max,2} = \arcsin\left(2{,}46\cdot\frac{1}{8}\right) = 17^\circ 54' 31''$.

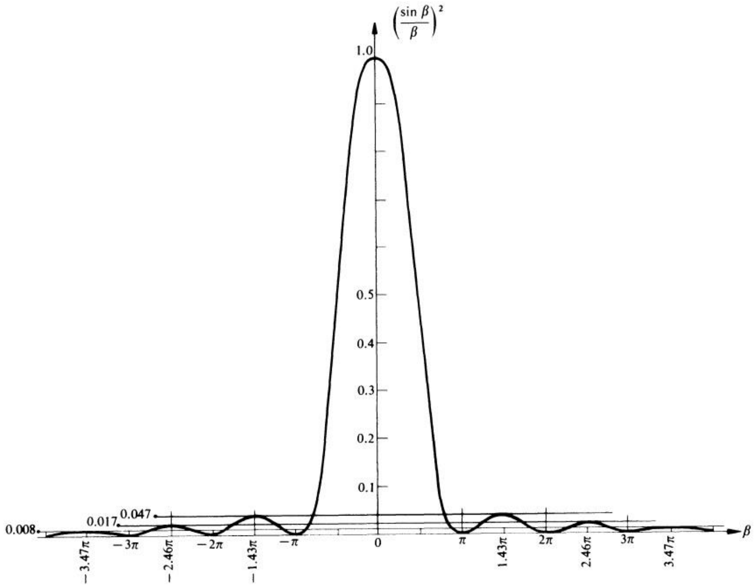
3.7 (0,75 поена) У овом случају је $m_{\max} \le \frac{b}{\lambda} \le 3{,}4$ тако да је број минимума једнак три, $m_{\max} = 3$.

Углови под којим се виде минимуми (за дате вредности $b_1 = 2\ \mu\text{m}$ и $\lambda_1 = 589\ \text{nm}$) су редом $\varphi_{m=1} = \arcsin\left(\frac{\lambda_1}{b_1}\right) \approx 17^\circ 7' 39''$, $\varphi_{m=2} = \arcsin\left(2\cdot\frac{\lambda_1}{b_1}\right) \approx 36^\circ 5' 10''$ и $\varphi_{m=3} = \arcsin\left(3\cdot\frac{\lambda_1}{b_1}\right) \approx 62^\circ 4' 3''$.

При решавању задатка користити следеће формуле и график приказан на слици 3.3.

1. $\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2}$ и $\cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$ **2.** $\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x^2} = 1$



слика 3.3